**Точка пересечения прямой и плоскости**

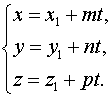
***Постановка задачи.*** Найти точку пересечения прямой 0,44 Kb и плоскости 0,36 Kb.

***План решения.***

1. Находим параметрические уравнения прямой. Для этого полагаем

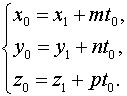
0,48 Kb,

откуда получаем



2. Подставляя эти выражения для 0,23 Kb в уравнение плоскости и решая его относительно 0,15 Kb, находим значение параметра 0,19 Kb, при котором происходит пересечение прямой и плоскости.

3. Найденное значение 0,16 Kb подставляем в параметрические уравнения прямой и получаем искомые координаты точки пересечения:

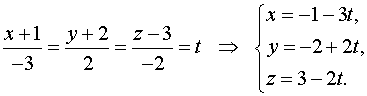


***Замечание.*** Если в результате решения уравнения относительно параметра 0,15 Kb получим противоречие, то прямая и плоскость параллельны (это эквивалентно условию 0,33 Kb).

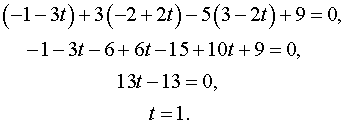
**Задача 13.** Найти точку пересечения прямой и плоскости.

0,63 Kb

Запишем параметрические уравнения прямой.



Подставляем в уравнение плоскости:



Откуда координаты точки пересечения прямой и плоскости будут 0,28 Kb.

## Пример вычисления угла между прямой и плоскостью

***Пример 1.***

 Найти угол между прямой

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x - 4 | = | y + 2 | = - | z - 6 |
| 2 | 6 | 3 |

и плоскостью x - 2y + 3z + 4 = 0.

**Решение.**

Из уравнения прямой найдем направляющий вектор прямой

s = {2; 6; -3}

Из уравнения плоскости найдем вектор нормали плоскости

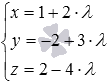
q = {1; -2; 3}

Воспользовавшись формулой, найдем угол между прямой и плоскостью

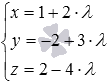
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| sin φ = | | 2 · 1 + 6 · (-2) + (-3) · 3 | | = |
| √22 + 62 + (-3)2 · √12 + (-2)2 + 32 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| sin φ = | | 2 - 12 - 9 | | = | 19 | = | 19 |
| √4 + 36 + 9 · √1 + 4 + 9 | √49 · √14 | 7√14 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ответ:** | |  |  | | --- | --- | | sin φ = | 19 | | 7√14 | |
| **Параллельность прямой и плоскости** |  |

Являются ли прямая  и плоскость формулапараллельными?

*Решение.*

Заданная прямая не лежит в плоскости, так как координаты точки прямой формула не удовлетворяют уравнению плоскости: формула. Проверим выполнение необходимого и достаточного условия параллельности прямой и плоскости. Очевидно, формула - направляющий вектор прямой , формула - нормальный вектор плоскости формула. Вычислим скалярное произведение векторов формула и формула: формула. Таким образом, векторы формула и формула перпендикулярны. Следовательно, заданные прямая и плоскость параллельны.

*Ответ:*

да, прямая и плоскость параллельны.

*Пример.*

Параллельна ли прямая *АВ* координатной плоскости *Oyz*, если формула.

*Решение.*

Точка формула не лежит в координатной плоскости *Oyz*, так как абсцисса этой точки отлична от нуля.

Нормальным вектором плоскости *Oyz* является вектор формула. В качестве направляющего вектора прямой *AB* возьмем вектор формула. [Координаты точек начала и конца вектора](http://www.cleverstudents.ru/vectors/vector_by_coordinates_of_points.html) позволяют вычислить координаты этого вектора, тогда формула. Проверим выполнение необходимого и достаточного условия перпендикулярности векторов формула и формула: формула. Следовательно, прямая *AB* и координатная плоскость *Oyz* не параллельны.

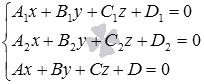
*Ответ:*

нет, не параллельны.

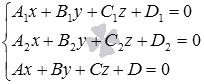
Разобранное условие не совсем удобно для доказательства параллельности прямой *a*и плоскости формула, так как отдельно приходится проверять, что прямая *a* не лежит в плоскости формула. Поэтому, доказывать параллельность прямой *a* и плоскости формула удобнее с помощью следующего необходимого и достаточного условия.

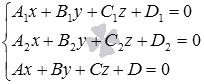
Пусть прямая *a* задана [уравнениями двух пересекающихся плоскостей](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/equations_of_line_as_equations_of_two_planes.html) формула,  
а плоскость формула - общим уравнением плоскости формула.

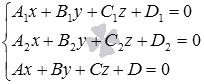
*Теорема.*

Для параллельности прямой *a* и плоскости формула необходимо и достаточно, чтобы система линейных уравнений вида  не имела решений.

*Доказательство.*

Действительно, если прямая *a* параллельна плоскости формула, то они по определению не имеют общих точек. Следовательно, не существует ни одной точки в прямоугольной системе координат *Oxyz*, координаты которой удовлетворяли бы одновременно и уравнениям прямой формула и уравнению плоскости формула. Значит, система уравнений вида  несовместна.

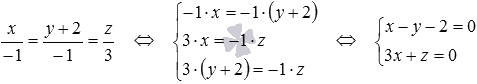
И обратно: если система уравнений вида  не имеет решений, то не существует ни одной точки в прямоугольной системе координат*Oxyz*, координаты которой удовлетворяли бы одновременно всем уравнениям системы. Тогда, не существует точки, координаты которой одновременно удовлетворяют и уравнениям прямой формула и уравнению плоскости формула. Следовательно, прямая *a* и плоскость формула не имеют общих точек, то есть, они параллельны.

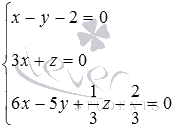
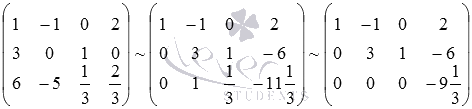
В свою очередь система уравнений  не имеет решений, когда[ранг](http://www.cleverstudents.ru/matrix/rank.html) основной матрицы системы меньше ранга расширенной матрицы (это следует из теоремы Кронекера-Капелли, при необходимости смотрите статью [решение систем линейных уравнений](http://www.cleverstudents.ru/systems/solving_systems_of_linear_equations.html)). Несовместность этой системы уравнений можно также показать, используя [метод Гаусса для решения систем линейных уравнений](http://www.cleverstudents.ru/systems/solving_systems_Gauss_method.html).

*Пример.*

Докажите параллельность прямой формула и плоскости формула.

*Решение.*

Перейдем [от канонических уравнений прямой к уравнениям двух пересекающихся плоскостей](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/canonical_equations_of_line_in_space.html#reduction):  


Для доказательства параллельности прямой формула и плоскости формула покажем, что система уравнений  не имеет решения. Воспользуемся методом Гаусса:  


Действительно, система уравнений несовместна, следовательно, заданные прямая и плоскость не имеют общих точек. Этим доказана параллельность прямой формула и плоскости формула.

**Перпендикулярность прямой и плоскости**

Рассмотрим решения нескольких примеров.

*Пример.*

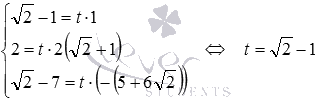
Докажите перпендикулярность прямой формула и плоскости формула.

*Решение.*

Нам известно, что числа, стоящие в знаменателях [канонических уравнений прямой в пространстве](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/canonical_equations_of_line_in_space.html), являются соответствующими координатами направляющего вектора этой прямой. Таким образом, формула - направляющий вектор прямой формула.

Коэффициенты при переменных *x*, *y* и *z* в [общем уравнении плоскости](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/general_equation_of_plane.html)являются координатами нормального вектора этой плоскости, то есть, формула - нормальный вектор плоскости формула.

Проверим выполнение необходимого и достаточного условия перпендикулярности прямой и плоскости.

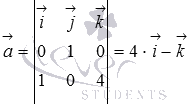
Так как , то векторы формула и формула связаны соотношением формула, то есть, они коллинеарны. Следовательно, прямая формула перпендикулярна плоскости формула.

*Пример.*

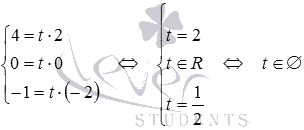
Перпендикулярны ли прямая формула и плоскость .

*Решение.*

Найдем направляющий вектор заданной прямой и нормальный вектор плоскости, чтобы проверить выполнений необходимого и достаточного условия перпендикулярности прямой и плоскости.

Направляющим вектором формула прямой формула является [векторное произведение](http://www.cleverstudents.ru/vectors/vector_product_of_vectors.html) нормальных векторов плоскостей формула и формула. То есть, , откуда формула (при необходимости смотрите статью [координаты вектора в прямоугольной системе координат](http://www.cleverstudents.ru/vectors/vectors_in_cartesian_coordinates.html)).

Заданное [уравнение плоскости в отрезках](http://www.cleverstudents.ru/line_and_plane/equation_of_plane_in_segments.html)  эквивалентно общему уравнению плоскости вида формула. Нормальным вектором этой плоскости является вектор формула.

Проверим коллинеарность векторов формула и формула: .

Итак, направляющий вектор прямой не коллинеарен нормальному вектору плоскости, следовательно, прямая формула не перпендикулярна к плоскости .

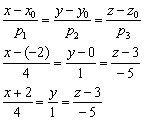
*Ответ:*

нет, прямая и плоскость не перпендикулярны.

Пример 1

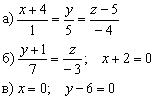
**Примеры уравнений прямой**

Составить канонические уравнения прямой по точке http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image010.gif и направляющему вектору http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image012.gif

**Решение**: Канонические уравнения прямой составим по формуле:  


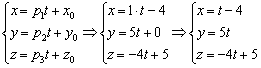
**Ответ**:http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image016.gif

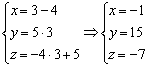
Пример 7

Составить параметрические уравнения следующих прямых:  


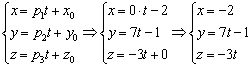
**Решение**: Прямые заданы каноническими уравнениями и на первом этапе следует найти какую-нибудь точку, принадлежащую прямой, и её направляющий вектор.

а) Из уравнений http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image190.gif снимаем точку и направляющий вектор: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image192.gif. Точку можно выбрать и другую (как это сделать – рассказано выше), но лучше взять самую очевидную. Кстати, во избежание ошибок, всегда подставляйте её координаты в уравнения.

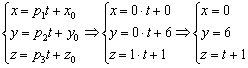
Составим параметрические уравнения данной прямой:  


Удобство параметрических уравнений состоит в том, что с их помощью очень легко находить другие точки прямой. Например, найдём точку http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image196.gif, координаты которой, скажем, соответствуют значению параметра http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image198.gif:  


Таким образом: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image202.gif  
  
б) Рассмотрим канонические уравнения http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image204.gif. Выбор точки здесь несложен, но коварен: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image206.gif (будьте внимательны, не перепутайте координаты!!!). Как вытащить направляющий вектор? Можно порассуждать, чему параллельна данная прямая, а можно использовать простой формальный приём: в пропорции находятся «игрек» и «зет», поэтому запишем направляющий вектор http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image208.gif, а на оставшееся место поставим ноль: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image210.gif.

Составим параметрические уравнения прямой:  


в) Перепишем уравнения http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image214.gif в виде http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image216.gif, то есть «зет» может быть любым. А если любым, то пусть, например, http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image218.gif. Таким образом, точка http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image220.gif принадлежит данной прямой. Для нахождения направляющего вектора используем следующий формальный приём: в исходных уравнениях http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image214_0000.gif находятся «икс» и «игрек», и в направляющем векторе на данных местах записываем нули: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image223.gif. На оставшееся место ставим единицу: http://www.mathprofi.ru/d/uravnenija_pryamoi_v_prostranstve_clip_image225.gif. Вместо единицы подойдёт любое число, кроме нуля.

Запишем параметрические уравнения прямой:  


**Найти уравнение прямой, проходящей через две точки: (-1, 2) и (2, 1).**

Решение.

По уравнению

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01159.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02159.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03159.JPG

полагая в нем *x*1 = -1, *y*1 = 2, *x*2 = 2, *y*2 = 1 (без разницы, какую точку считать первой, какую - второй), получим

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01167.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02167.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03167.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04167.JPG или http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01168.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02168.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03168.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04168.JPG

после упрощений получаем окончательно искомое уравнение в виде

*x* + 3*y* - 5 = 0.

**Стороны треугольника заданы уравнениями:  
  
(*AB*) 2*x* + 4*y* + 1 = 0,  
(*AC*) *x* - *y* + 2 = 0,  
(*BC*) 3*x* + 4*y* -12 = 0.  
  
Найти координаты вершин треугольника.**

Решение.

Координаты вершины *A* найдем, решая систему, составленную из уравнений сторон *AB* и *AC*:

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01169.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02169.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03169.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04169.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05169.JPG

Систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными решаем способами, известными из элементарной алгебры, и получаем

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01170.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02170.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03170.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04170.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05170.JPG

Вершина *A* имеет координаты

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01171.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02171.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03171.JPG

Координаты вершины *B* найдем, решая систему из уравнений сторон *AB* и *BC*:

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01172.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02172.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03172.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04172.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05172.JPG

получаем http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06173.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07173.JPG.

Координаты вершины *C* получим, решая систему из уравнений сторон *BC* и *AC*:

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01174.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02174.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03174.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04174.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05174.JPG

Вершина *C* имеет координаты http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01175.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02175.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03175.JPG.

**Найти уравнение прямой, проходящей через точку *A*(2, 5) параллельно прямой 3*x* - 4*y* + 15 = 0.**

Решение.

Докажем, что если две прямые параллельны, то их уравнения всегда можно представить в таком виде, что они будут отличаться только свободными членами. Действительно, из условия параллельности двух прямых следует, что http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01176.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02176.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03176.JPG.

Обозначим через *t* общую величину этих отношений. Тогда

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01177.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02177.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03177.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04177.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05177.JPG

а отсюда следует, что

*A*1 = *A*2*t*, *B*1 = *B*2*t*.     (1)

Если две прямые

*A*1*x* + *B*1*y* + *C*1 = 0 и

*A*2*x* + *B*2*y* + *C*2 = 0

параллельны, условия (1) выполняются, и, заменяя в первом из этих уравнений *A*1 и *B*1 по формулам (1), будем иметь

*A*2*tx* + *B*2*ty* + *C*1 = 0,

или, разделив обе части уравнения на http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01178.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02178.JPG, получим

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01179.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02179.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03179.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04179.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05179.JPG     (2)

**Найти уравнение прямой, проходящей через точку *A*(5, -1) перпендикулярно к прямой 3*x* - 7*y* + 14 = 0.**

Решение.

Если две прямые

*A*1*x* + *B*1*y* + *C*1 = 0,   
*A*2*x* + *B*2*y* + *C*2 = 0

перпендикулярны, то выполняется равенство

*A*1*A*2 + *B*1*B*2 = 0,

или, что то же,

*A*1*A*2 = -*B*1*B*2,

а отсюда следует, что

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01185.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02185.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03185.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04185.JPG

Общее значение этих выражений обозначим через *t*.

Тогда http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01186.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02186.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03186.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04186.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05186.JPG, откуда следует, что

*A*2 = *B*1*t*, *B*2 = -*A*1*t*.

Подставляя эти значения *A*2 и *B*2 и уравнение второй прямой, получим

*B*1*tx* - *A*1*ty* + *C*2 = 0.

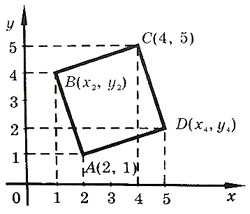
или, деля на *t* обе части равенства, будем иметь

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01187.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02187.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03187.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04187.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05187.JPG

**Даны две противоположные вершины квадрата *A*(2, 1) и *C*(4, 5). Найти две другие.**

Решение.

Обозначим буквами *B* и *D* искомые вершины: *B*(*x*2, *y*2) и *D*(*x*4, *y*4).



Надо найти числа *x*2, *y*2 и *x*4, *y*4. Для определения каждой пары этих чисел необходимы два уравнения, связывающие их.

Первое из них найдем, определив расстояние *AB* и приравняв его к расстоянию *BC* (*AB* = *BC*, так как стороны квадрата равны между собой):

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07195.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z08195.JPG

Отсюда следует, что

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01196.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02196.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03196.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04196.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05196.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06196.JPG

Возводя обе части этого равенства в квадрат, после упрощений получим первое уравнение, связывающее *x*2 и *y*2, *x*2 + 2*y*2 = 9.

**Найти угол между двумя прямыми *y* = 2*x* + 4 и *y* = 3*x* - 1.**

Решение.

Поставим перед собой задачу найти острый угол между данными прямыми. Воспользуемся формулой

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01203.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02203.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03203.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04203.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05203.JPG     (1)

так как прямые заданы формулами с уголовым коэффициентом, причем поскольку нас интересует острый угол, правую часть формулы (1) возьмем по абсолютной величине:

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01204.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02204.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03204.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04204.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05204.JPG

У нас

*k*1 = 2, *k*2 = 3;

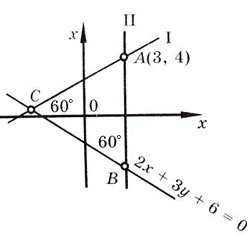
http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z08205.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z09205.JPG

По таблицам тригонометрических функций находим, что http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01206.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02206.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03206.JPG.

**Найти уравнения прямых, проходящих через точку *A*(3, 4) под углом в 60 градусов к прямой 2*x* + 3*y* + 6 = 0.**

Решение.

Для решения задачи нам следует определить угловые коэффициенты прямых I и II (см. рисунок). Обозначим эти коэффициенты соответственно через *k*1 и *k*2, а угловой коэффициент данной прямой - через *k*. Очевидно, что http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01211.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02211.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03211.JPG.



На основании определения угла между двумя прямыми при определении угла между данной прямой и прямой I следует в числителе дроби в формуле

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01213.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02213.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03213.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04213.JPG

вычесть угловой коэффициент данной прямой, так как ее нужно повернуть против часовой стрелки вокруг точки *C* до совпадения с прямой I.

Учитывая, что http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01214.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02214.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03214.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04214.JPG, получаем

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z08215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z09215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z10215.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z11215.JPG

Определяя же угол между прямой II и данной прямой, следует в числителе той же дроби вычесть угловой коэффициент прямой II, т. е. *k*2, так как прямую II следует повернуть против часовой стрелки вокруг точки *B* до совпадения ее с данной прямой:

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z08216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z09216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z10216.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z11216.JPG

**Через центр тяжести треугольника, вершины которого *A*(2, 3), *B*(-1, 4), *C*(5, 5), провести прямую, перпендикулярную стороне *AB*.**

Решение.

Прежде всего определим координаты центра тяжести *M* треугольника. Известно, что каждая координата центра тяжести площади треугольника есть средняя арифметическая одноименных координат его вершин. Значит, если вершины треугольника имеют координаты (*x*1, *y*1), (*x*2, *y*2) и (*x*3, *y*3), то координаты его центра тяжести *xC* и *yC* будут

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z06217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z07217.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z08217.JPG

В нашем случае

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01218.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02218.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03218.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04218.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05218.JPG

http://www.pm298.ru/reshenie/Math/z01219.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z02219.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z03219.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z04219.JPGhttp://www.pm298.ru/reshenie/Math/z05219.JPG

Центр тяжести треугольника *M* имеет координаты (2, 4). Уравнение стороны *AB* будет *x* + 3*y* - 11 = 0; уравнение стороны *AC* будет 2*x* - 3*y* + 5 = 0 (эти уравнения несложно найти воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки).

Теперь так же, как в задачах [\*](http://www.neslozhno.ru/gefds.html) и [\*\*](http://www.neslozhno.ru/peter.html), определим уравнение прямой, проходящей через точку *M* параллельно стороне *AC* и перпендикулярно стороне *AB*. Получим соответственно

2*x* - 3*y* + 8 = 0 и 3*x* - *y* - 2 = 0.